

# الدوران

(8) الدوران يحافظ على التعامد والتوازي يعني :

صورة مستقيمين متعامدين هما مستقيمان متعامدان  
و صورة مستقيمين متوازيين هما مستقيمان متوازيان .

$$(9) \text{ ليكن } r = r(\Omega, \mp \frac{\pi}{2})$$

(a) إذا كان  $r(M) = M'$  فإن المثلث  $(\Omega MM')$  متساوي الساقين  
وقائم الزاوية في  $\Omega$  .

(b) صورة مستقيم  $(D)$  هو مستقيم  $(D')$  عمودي على  $(D)$  .

$$(10) \text{ ليكن } r = r(\Omega, \mp \frac{\pi}{3})$$

إذا كان  $r(M) = M'$  فإن المثلث  $(\Omega MM')$  متساوي الأضلاع

(11) (a) صورة القطعة  $|AB|$  بالدوران  $r$  هي القطعة  $|A'B'|$  .

(b) صورة المستقيم  $(AB)$  بالدوران  $r$  هي  $(A'B')$  .

(c) صورة النصف المستقيم  $[AB]$  بالدوران  $r$  هي

النصف المستقيم  $[A'B']$  .

(d) صورة الدائرة  $C(\Omega, R)$  بالدوران  $r$  هي الدائرة  $C'(\Omega', R)$

مع  $\Omega' = r(\Omega)$  .

(12) (a) نعتبر الدوران  $r = r(\Omega, \alpha)$  والدوران  $r = r(\Omega, -\alpha)$

يسمى الدوران العكسي للدوران  $r$  ونرمز له بـ  $r^{-1}$  .

(b) إذا كان  $r = r(\Omega, \alpha)$  فإن  $r^{-1} = r(\Omega, -\alpha)$  ولدينا :

$$r(M) = M' \Leftrightarrow r^{-1}(M') = M$$

## (III) بعض الملاحظات وبعض التقنيات .

(1) لكي نحدد قياس الزاوية الموجهة  $(\widehat{AB}, \widehat{AC})$  . نحدد قياس الزاوية

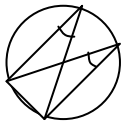
الهندسية  $\left| \widehat{BAC} \right|$  ليكن  $\alpha$  هذا القياس .

(\* ) إذا كان التحرك من  $\overrightarrow{AB}$  نحو  $\overrightarrow{AC}$  يتم حسب المنحى الموجب فإن

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \alpha |2\pi|$$

(\* ) إذا كان التحرك حسب المنحى السالب فإن  $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv -\alpha |2\pi|$

(2) لتكن  $C$  دائرة مركزها  $O$  .



(a) إذا كانت  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  زاويتين محيطيتين وتحصران نفس الوتر

وتوجدان من نفس الجهة لهذا الأخير فإن  $\hat{A} = \hat{B}$



(b) إذا كانت  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  زاويتين محيطيتين وتحصران نفس الوتر

وتوجدان من جهتين مختلفتين لهذا الأخير فإن  $\hat{A} + \hat{B} = \pi$



(c) إذا كانت زاوية محيطية  $\hat{A}$  وزاوية مركزية  $\hat{O}$  تحصران نفس

الوتر وتوجدان من نفس الجهة لهذا الأخير فإن  $\hat{O} = 2\hat{A}$  .

## (I) تعريف

الدوران  $r$  الذي مركزه  $\Omega$  وزاويته  $\alpha$  هو التطبيق الذي يترك  $\Omega$  صامدة  
 $(r(\Omega) = \Omega)$  ويربط كل نقطة  $M \neq \Omega$  بالنقطة  $M'$  بحيث :

$$\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overline{\Omega M}, \overline{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi| \end{cases}$$

## (II) خاصيات

ليكن  $r$  الدوران الذي مركزه  $\Omega$  وزاويته  $\alpha$   $r = r(\Omega, \alpha)$

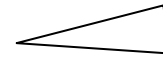
$$(1) * r(\Omega) = \Omega$$

$$(\forall M \in (P)) : r(M) = M \Leftrightarrow M = \Omega * (2)$$

هذا يعني أن النقطة  $M$  هي النقطة الوحيدة الصامدة بالدوران  $r$  .

$$(\forall M \in (P)) : r(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overline{\Omega M}, \overline{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi| \end{cases}$$

(3)  $r(M) = M'$  تكافئ المثلث  $(\Omega MM')$  متساوي الساقين في  $\Omega$  و



$$(\overline{\Omega M}, \overline{\Omega M'}) \equiv \alpha |2\pi|$$

(4) الدوران يحافظ على المسافة يعني

$$\text{إذا كان } \begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \text{ فإن } AB = A'B'$$

$$(5) \text{ إذا كان } \begin{cases} r(A) = A' \\ r(B) = B' \end{cases} \text{ فإن } (\overline{AB}, \overline{A'B'}) \equiv \alpha |2\pi|$$

(6) الدوران يحافظ على قياس الزوايا الموجهة يعني

$$\text{إذا كان } \begin{cases} r(A) = A' \text{ et } r(B) = B' \\ r(C) = C' \text{ et } r(C) = C' \end{cases}$$

$$\text{فإن } (\overline{AB}, \overline{CD}) \equiv (\overline{A'B'}, \overline{C'D'}) |2\pi|$$

(7) (a) الدوران يحافظ على المرجح يعني :

إذا كان  $G$  مرجح  $\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$  فإن  $G'$  مرجح

$$\{(A', \alpha), (B', \beta)\}$$

(b) الدوران يحافظ على المنتصف يعني :

إذا كان  $I$  منتصف  $|AB|$  فإن  $I'$  منتصف  $|A'B'|$

(c) الدوران يحافظ على معامل استقامية متجهتين يعني :

$$\text{إذا كان } \overline{AB} = k\overline{CD} \text{ فإن } \overline{A'B'} = k\overline{C'D'}$$

(d) الدوران يحافظ على استقامية 3 نقط يعني :

إذا كانت النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمة فإن صورها  $A'$  و  $B'$  و  $C'$

مستقيمة .

(14) إذا كانت  $M \in (E) \cap (F)$  فإن  $r(M) \in r(E) \cap r(F)$  (15) ليكن  $r = r(\Omega, \alpha)$  . إذا أردنا تحديد  $r(M)$  نتحقق أولا من تعريف  $M$  :

(a) إذا كانت  $M$  تكون مثلثا متساوي الساقين مع  $O$  ونقطة  $M'$  نستعمل (II2) ونبين أن  $r(M) = M'$  .

(b) إذا كانت  $M$  منتصف قطعة أو مرجح نظمة نضع  $r(M) = M'$  ونستعمل (II7a ou b)

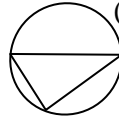
(c) إذا كانت  $\overline{AM} = k\overline{AB}$  نضع  $r(M) = M'$  ونستعمل (II.7c)

(d) إذا كانت  $M \in |AB|$  وتحقق شرطا ما نضع  $r(M) = M'$  ونبين أن  $M'$  تحقق نفس الشرط مع نقطة  $N$  ونستنتج أن  $r(M) = N$  .

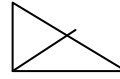
(e) إذا كانت  $M \in (E) \cap (F)$  نستعمل (III.14) .

(15) إذا أردنا أن نبين أن  $J$  منتصف القطعة  $|A'B'|$  نبين أن  $r(I) = J$  و  $I$  منتصف  $|AB|$  . ونستعمل (II.7b)

(3) إذا كن  $|AB|$  قطر في دائرة  $(C)$  و  $M$  نقطة من  $(C)$  فإن المثلث  $(ABM)$  قائم الزاوية في  $M$  .



(4) ليكن  $(ABC)$  مثلث قائم الزاوية في  $A$



وليكن  $I$  منتصف الوتر  $|BC|$  . لدينا  $IA = IB = IC$  .

$I$  هو مركز الدائرة المحيطة بـ  $(ABC)$  و  $|BC|$  قطر لها .

(5) ليكن  $r$  دوران مركزه  $\Omega$  . إذا كان  $r(A) = A'$  فإن

$\Omega A = \Omega A'$  وبالتالي  $\Omega$  ينتمي الى واسط القطعة  $|AA'|$  .

(b) لكي نحدد مركز دوران  $r$  ، نبحث عن نقطتين  $A$  و  $B$  و صورتاهما .

إذا كان  $r(A) = A'$  و  $r(B) = B'$  فإن مركز  $r$  هو تقاطع واسطي

$|AA'|$  و  $|BB'|$  .

(6) لكي نحدد زاوية دوران  $r$  ، نسميها  $\alpha$  ، ونبحث عن نقطتين  $A$  و  $B$

و صورتاهما ونستعمل الخاصية (II5) أو نبحث عن المركز  $\Omega$  ونقطة  $A$

وصورتها ونستعمل (II2)

(7) لكي نبين أن  $AB = CD$  نبحث عن دوران يحول  $A$  و  $B$  إلى

$C$  و  $D$  أو العكس ونستعمل الخاصية (II4) .

(8) لكي نحدد  $(\overline{AB}, \overline{CD})$  نبحث عن دوران يحول  $A$  و  $B$  إلى

$C$  و  $D$  أو العكس ونستعمل الخاصية (II5) .

(9) لكي نبين أن  $(\overline{AB}, \overline{CD}) \equiv (\overline{A'B'}, \overline{C'D'}) |2\pi|$  نبحث عن

دوران يحول  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  إلى  $A'$  و  $B'$  و  $C'$  و  $D'$  أو

العكس ونستعمل الخاصية (II6) .

(10) لكي نبين أن  $(AB) \perp (CD)$  نبحث عن دوران زاويته  $\mp \frac{\pi}{2}$  يحول

$A$  و  $B$  إلى  $C$  و  $D$  أو العكس ونستعمل الخاصية (II5) .

(11) لكي نبحث عن دوران يحول  $A$  إلى  $B$  نبحث عن مثلث متساوي

الساقين  $(OAB)$  تكون قاعدته  $|AB|$  ويكون هذا الدوران مركزه  $O$

وزاويته  $(\overline{OA}, \overline{OB})$  .

(12) (a) إذا كان  $(ABC)$  متساوي الساقين وله زاوية هندسية قياسها  $\frac{\pi}{3}$

فإنه متساوي الأضلاع .

(b) ليكن  $r = r(O, \mp \frac{\pi}{3})$  إذا كان  $r(A) = A'$  فإن  $(OAA')$

متساوي الأضلاع .

(c) لكي نبين أن  $(IJK)$  متساوي أضلاع نبحث عن دوران مركزه  $I$

ويحول  $J$  إلى  $K$  مثلا .

(13) لكي نبين أن  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمة نبين أنهما صور لنقط مستقيمة أو

صورها مستقيمة ونستعمل (II7d) أو نبين أن :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv 0 \text{ ou } \pi |2\pi|$$